パターン認識特論

担当:和田　俊和
部屋　A513
Email　twada@ieee.org

パターン認識で扱う問題
パターン認識の方法論
直交展開:Fourier変換
次回以降の計画
http://vrl.sys.wakayama-u.ac.jp/PRA/

認識：re-cognition

- cognition:【名】【U】〔心理・哲〕認識, 認知；認識力.

- recognition:【名】

  Ⅰ【U】**1 認識**, 認めること[られること]；（正式な）承認, **2**〔＋*that*〕〈…という〉**認識,**

  Ⅱ【U】**見てそれとわかること, 見覚え, 見知り**

  Ⅲ【U】[また a ～]〔奉仕・功労などを〕**認めること**,〔…の〕**表彰**〔of〕

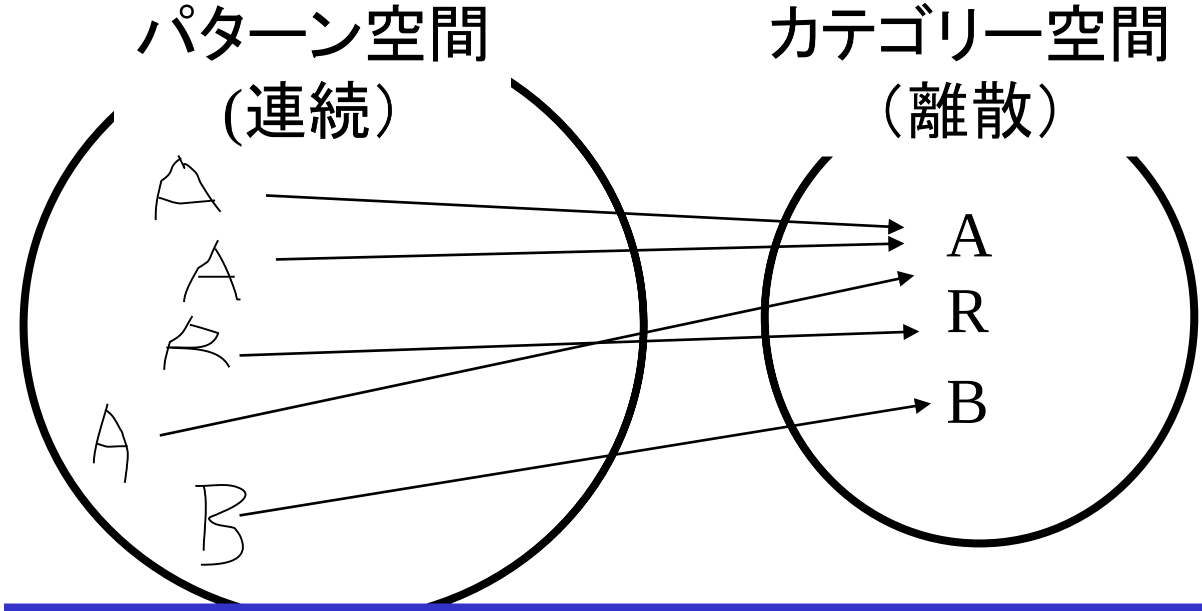
パターン認識の難しさ･面白さ

- 「生まれて初めて日光を訪れた人は、きっと華厳の滝を見に行くであろう。そして、《こんなすばらしい滝は見たことがない》と感に打たれたように飽かずながめることであろう。
  しかし皮肉なようであるが、生まれてこのかた見たことのなかったものを、どうして滝であると断定し、これを信じることができるのであろうか。」
  ー飯島泰蔵「パターン認識」より抜粋ー

厳密に同じパターンに出くわすことは、殆どありえないが、そういう状況でもre-cognitionが行えるということが人間の認識能力の高さを物語っている。

パターン認識とは？

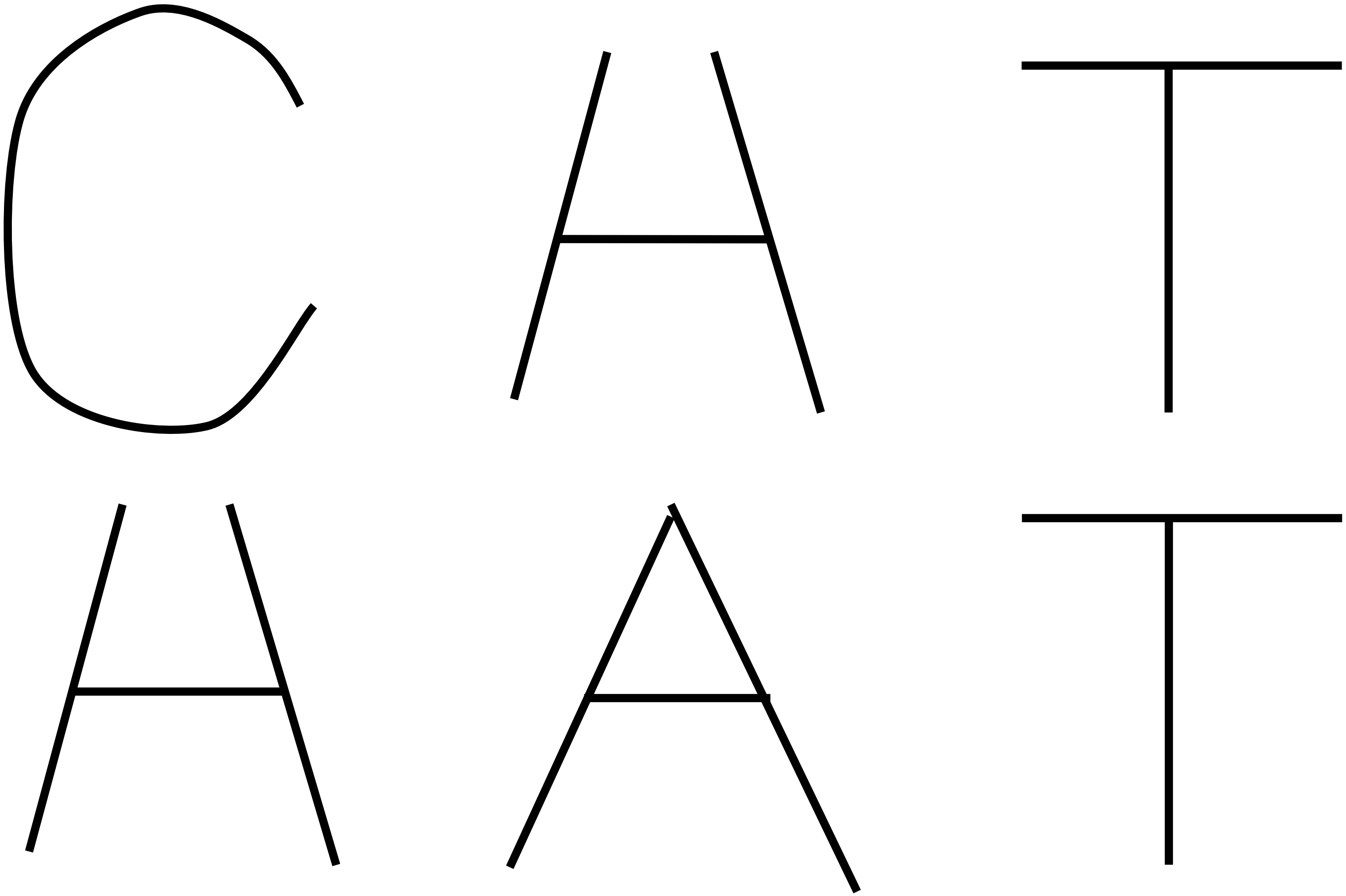
- 分類：分類先が既知のトレーニングパターン集合から、分類規則すなわちパターン空間からカテゴリー空間への写像を学習し、分類する。



トレーニングパターンをそのまま覚えるだけでは不十分

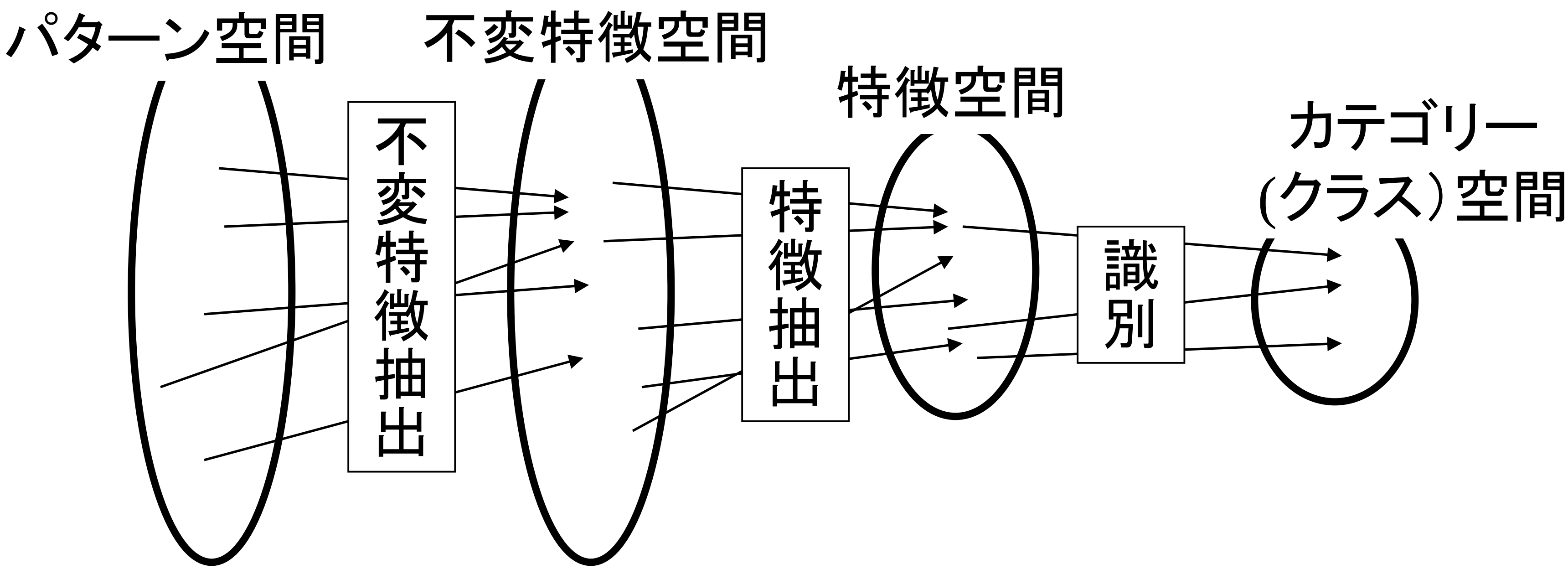
単純な分類だけでは済まされない例

- 文脈効果



パターン認識の処理の流れ

- 不変特徴抽出、特徴抽出、識別



パターン識別の方法論

Aパターンをベクトルと見なして、識別する方法

- 統計的パターン識別
  - 生成モデル
  - 識別モデル
- 類似度法･部分空間法

Bパターンをある文法規則に従う文と見なして識別する方法

- 統語論的識別手法

学習の分類

- 教師つき学習
  - トレーニングパターンの所属クラスを教える。
- 教師なし学習
  - トレーニングパターンの所属クラスを教えない。

  （クラスタリング：類似したパターンをまとめ上げる。）

以降の進め方

- 数学的準備
- 直交関数展開（今日はここまで）

- 識別（統計的手法、線形識別関数とニューラルネットワーク、最近傍識別）
- クラスタリング（K-means、ＥＭアルゴリズム）
- より進んだ識別手法：ＳＶＭ、ＢＯＯＳＴＩＮＧなど

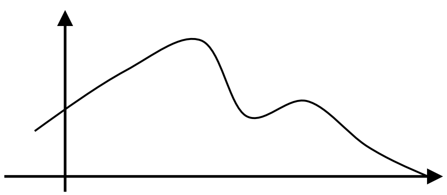
数学的準備（1）

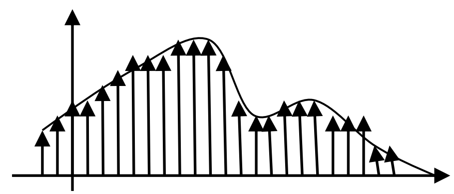
- 覚えておいてほしいこと:
  - 「全ての**パターンは関数**であると見なすことができる。」

$f(x,y)$

$f(t)$

  - 「ほとんど全ての**スカラ関数はベクトルで近似的に表現できる**」ベクトルも関数もほとんど同じ。



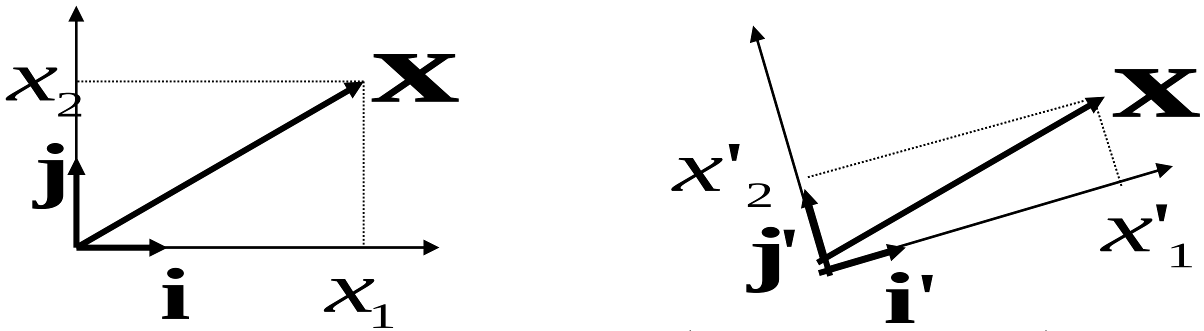


  - 「**ベクトルに対して適用可能なほとんど全ての操作は関数に対しても適用できる**」（内積、長さの計算、角度の計算、座標付け、etc）

$$f \cdot g = \sum f_i\, g_i \cong \int f(x)g(x)dx \qquad \| f \|^2 = f \cdot f \qquad \cos\angle f\, g = \frac{f \cdot g}{\| f \| \| g \|}$$

数学的準備(2)

- ベクトルの構成要素(座標値)は基底によって変化する。



- これは、ベクトルを $\mathbf{x} = \left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ のように、要素で列挙することがベクトルの一表現に過ぎないことを表している。

$$\mathbf{x} = \underbrace{(\mathbf{x}\cdot\mathbf{i})}_{x_1}\mathbf{i} + \underbrace{(\mathbf{x}\cdot\mathbf{j})}_{x_2}\mathbf{j} = \underbrace{(\mathbf{x}\cdot\mathbf{i}')}_{x'_1}\mathbf{i}' + \underbrace{(\mathbf{x}\cdot\mathbf{j}')}_{x'_2}\mathbf{j}'$$

- ベクトルは要素を列挙しなくても、それ自体で位置・向きなどの実体を表している。

数学的準備（3）

- **<u>正規直交基底</u>**：互いに直交する単位ベクトルの集合 $\Phi = \{\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \cdots, \boldsymbol{\varphi}_N\}$

$$\boldsymbol{\varphi}_i \cdot \boldsymbol{\varphi}_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \qquad \|\boldsymbol{\varphi}_i\| = 1$$

- 基底と同じn次元のベクトル$\mathbf{x}$は、次式で表現できる。(直交展開:<u>元のベクトルが係数と基底の積和で表現できる</u>)

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{\varphi}_i \cdot \mathbf{x}) \boldsymbol{\varphi}_i$$

以降の内容

- 直交関数展開により得られたベクトルを特徴ベクトルとして用いる。
- 直交展開の一例としてFourier級数展開、主成分分析、Kalhunen-Loeve展開などについて説明する。

直交展開係数と特徴ベクトル

- 直交展開により得られた係数を特徴ベクトルとして用いる。

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n} \boxed{(\boldsymbol{\varphi}_i \cdot \mathbf{x})} \boldsymbol{\varphi}_i$$

$$\mathbf{FeatureVector} = (\boldsymbol{\varphi}_1 \cdot \mathbf{x}, \boldsymbol{\varphi}_2 \cdot \mathbf{x}, \cdots, \boldsymbol{\varphi}_m \cdot \mathbf{x})$$

Fourier 級数展開

基底関数

$$\varphi_k(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} & k = 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{\pi}} \cos \dfrac{k}{2} x & k = 2n \qquad \mathrm{n} = 1, \cdots \\ \dfrac{1}{\sqrt{\pi}} \sin \dfrac{k+1}{2} x & k = 2n-1 \end{cases}$$

内積

$$f(x) \cdot g(x) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) g(x) dx$$

正規直交基底

$$\varphi_i(x) \cdot \varphi_j(x) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \qquad \| \varphi_i(x) \| = 1$$

Fourier級数展開の複素表現

- オイラーの公式（j は虚数単位）

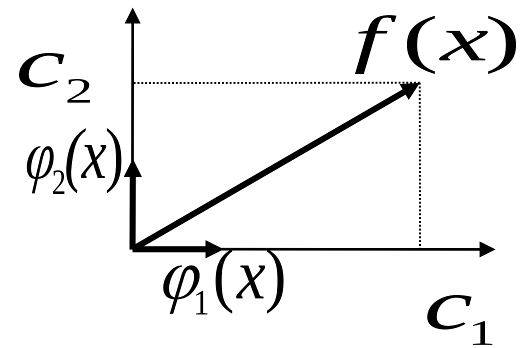
$$\exp(\pm jnx) = \cos nx \pm j \sin nx \qquad n = 0, 1, \cdots$$

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-jnx) \qquad n = 0, 1, \cdots$$

Fourier級数展開(完全性)
係数から元の関数が再構築できる

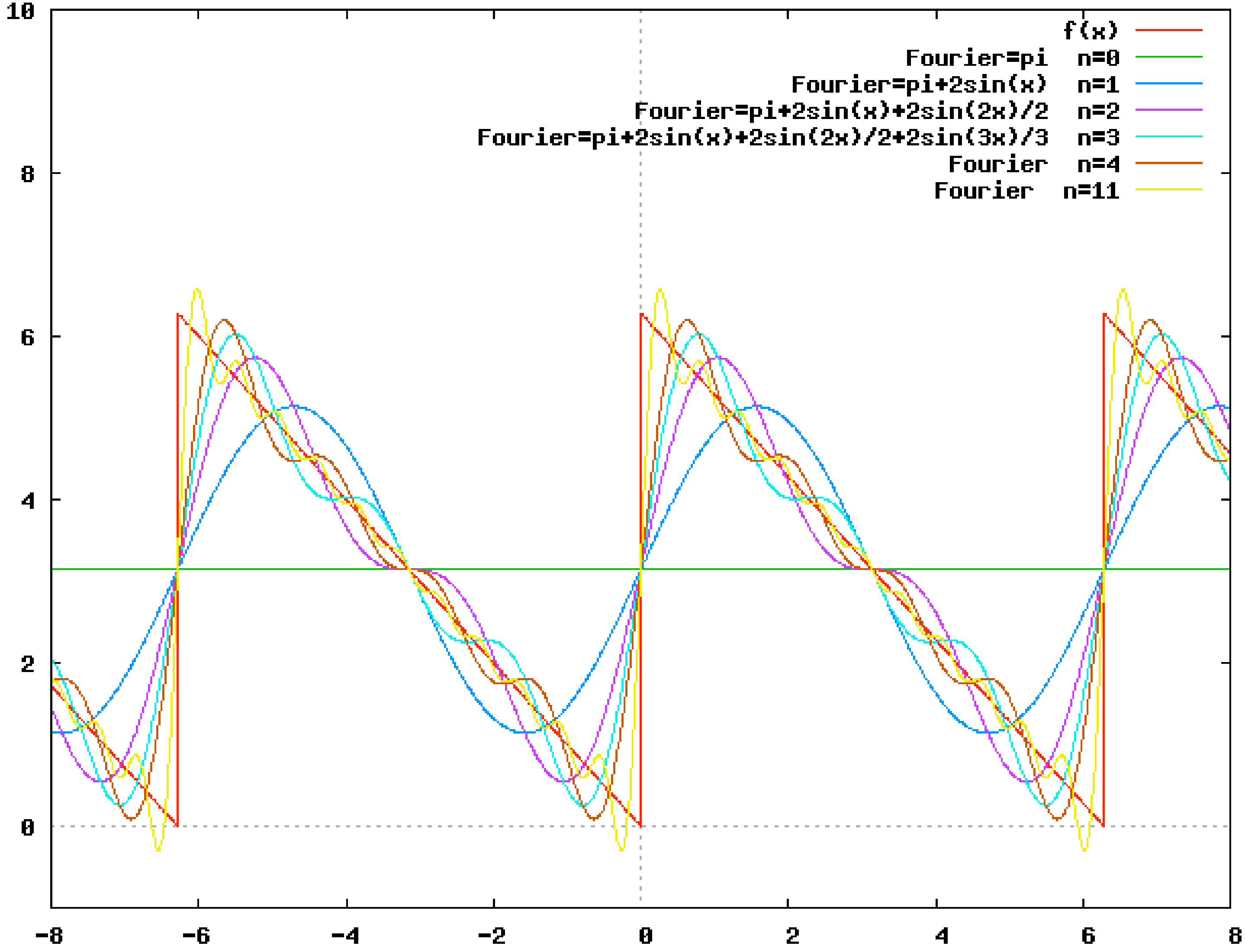
$$\underbrace{f(x)\cdot\varphi_i(x)}_{f(x)\text{の}i\text{番目の展開係数}\,c_i}=\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\varphi_i(x)dx$$

$$f(x)=\sum_{i=0}^{\infty} c_i\varphi_i(x)$$



$\left(c_0, c_1, \cdots, c_N\right)$を特徴ベクトルと見なす

Fourier級数展開の例



次回以降の講義

- 直交展開続き:主成分分析
- 識別（統計的手法、判別分析、線形識別関数とニューラルネットワーク、最近傍識別）
- クラスタリング（K-means、ＥＭアルゴリズム）
- より進んだ識別手法：ＳＶＭ、ＢＯＯＳＴＩＮＧなど